

模糊错误集的相关运算及其应用

李 敏, 郭开仲

(广东工业大学 系统工程研究所, 广东 广州 510520)

摘要: 利用消错学的相关知识, 结合模糊数学的有关理论和方法, 对模糊错误集的运算及应用作出一些探讨, 得出一个定理, 并得出置换的概念, 对各层系统中的错误进行置换变换以减少或消除错误.

关键词: 模糊错误集; 消错系统; 模糊运算; 事物置换

中图分类号: O 159

文献标识码: A

文章编号: 1007-7162(2007) 01-0070-04

引言

“塞翁失马, 焉知非福”, 世界是不停运动的, 而在事物的运动发展中, 事物总是在一定的条件下向其相反的方向发展. 因此, 对的可以变成错的, 而错的也可以变成对的. 为了寻求正确, 就必须避免错误, 排除错误, 因而就要研究错误出现的原因和规律. 出现错误后, 要消除错误也必须找出出现错误的原因和消除它们的方法^[1]. 国内外学者都在努力探索如何在适当的时候让错误的双方相互转化. 国内有文清源从哲学上定性研究错误的《错误论》与刘明祥从法学上研究错误的《错误论》, 判断故障原因和部位, 预测潜在故障发生等等的《故障诊断》, 在国外除法学研究错误的《错误论》, 《故障诊断》和《企业诊断》外, 特别值得提到的是美国 R and 公司的《兰德诊断》和《兰德决策》的“病案诊断”和“兰德处方”等, 其对错误的原因、诊断和对策等的研究都有相当的规模和深度. 但这些都未从普遍存在的错误本身去研究, 更未进行普遍存在的错误的传递与转化方式及规律的研究. 1983 年消错理论的出现则对错误的发生原因和机制、传递和转化的方法及规律、预测和消除错误的方法等作了初步的研究. 现在, 消错学已经建立起了其基本构架. 笔者通过定性定量相结合的方法对错误进行研究, 旨在不回避错误, 积极研究、正确对待错误, 并创造条件使错误向正确转化, 以便大大地减少由于错误给人们带来的损失. 下面的理论是基于消错理论, 利用定量化的方法

来对错误进行描述, 并利用消错学中的模糊运算来寻求减少系统错误的新方法.

1 模糊错误集的相关概念

要研究错误的定量化描述, 即要找到对象系统中每一个元素与某一个确定的错误值之间的关系. 我们需要有如下错误集与错误逻辑变量的定义.

定义 1 设 U 是对象集, G 是一组规则, 若 $C = \{(U, S(t), T(t), L(t)), x(t) = f(u(t), G)\} = \{(u(t), x(t)) | u(t) \in U, \exists U \times R, x(t) = f(u(t), G)\}$ 则称 C 是 U 上对于判别错误规则 $G(t)$ 的一个错误集, 简称错误集. 其中, $S(t)$ 为对象集中对象 $u(t)$ 的事物; $T(t)$ 为 $u(t)$ 的特征; $L(t)$ 为 $u(t)$ 的量子值; $x(t)$ 为错误值. 而

$$U_c = \{u(t) / (u(t), x(t)) \in C, x(t) > 0\},$$

$$U_z = \{u(t) / (u(t), x(t)) \in C, x(t) < 0\},$$

$$U_l = \{u(t) / (u(t), x(t)) \in C, x(t) = 0\},$$

$$U_k = \{u(t) / (u(t), x(t)) \in C, x(t) = 0$$

$$T(f(u(t), G)) < 0\},$$

$$U_{kh} = \{u(t) / (u(t), x(t)) \in C, x(t) \in Q$$

$$T(f(u(t), G)) > 0\},$$

$$U_{kl} = \{u(t) / (u(t), x(t)) \in C, T(f(u(t), G)) = 0\},$$

$$U_h = U_z - U_{kh},$$

$$U_{hw} = U_c - U_k.$$

分别称为错误集 C 的错误域、正确域、临界域, 变换 T 的可改域、可坏域、可临域、好域和坏域. 其中 R 为实数集. 若 $x(t) \in [0, 1]$, 则称 C 是 U 上对于规则 G 的一个模糊错误集, 简称模糊错误集^[1].

收稿日期: 2005-12-22

基金项目: 广东省自然科学基金资助项目 (032465); 广东省哲学社会科学规划项目 (05C-01)

作者简介: 李敏 (1976-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为决策、控制与消错.

错误集上的元素 $(u(t), x(t))$ 包括两个部分, 一是在论域 U 上的研究对象 $u(t)$, 二是在论域 U 上, 研究对象 $u(t)$ 对于判别规则 G 的错误值 $x(t)$. 因此, 错误集上的诸运算, 一方面要对错误值 $x(t)$ 进行运算; 特别地它们都要对研究对象 $u(t)$ 进行运算.

定义 2 设 $A(u(t), x(t)) = A((U, S(t), T(t), L(t)), x(t) = f(u(t), G(t)))$, $x(t) \in [0, 1]$, 判别错误的规则 $G(t)$ 为定义在 U 上的判别规则, 则 $A(u(t), x(t)) = A((U, S(t), T(t), L(t)), x(t) = f(u(t), G(t)))$, $x(t) \in [0, 1]$, 称为 U 上, 对于规则 $G(t)$ 的模糊错误逻辑变量^[2].

2 模糊错误集的相关运算

当一个系统发生错误时, 往往是由于多个不同的错误在相互作用. 模糊错误逻辑从不同错误相互作用导致整个系统错误的增大、减少及至消除着手进行研究, 得出了以下有关模糊错误外延析取、外延合取和并的定义.

定义 3 设 $A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t)))$, $B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t)))$, $x(t), y(t) \in [0, 1]$ ^[3] (判别错误的规则分别为 $G_A(t)$, $G_B(t)$, 论域为 U), 若 $A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t))) \vee B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t))) =$

$$\begin{cases} A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t))), x(t) \geq y(t); \\ B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t))), x(t) \leq y(t). \end{cases}$$

则 $\vee$ 称为 $A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t)))$ 与 $B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t)))$ 的外延析取^[4].

定义 4 设 $A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t)))$, $B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t)))$, $x(t), y(t) \in [0, 1]$ ^[3] (判别错误的规则分别为 $G_A(t)$, $G_B(t)$, 论域为 U), 若 $A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t))) \wedge B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t))) =$

$$\begin{cases} A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t))), x(t) \leq y(t); \\ B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t))), x(t) \geq y(t). \end{cases}$$

则 $\wedge$ 称为 $A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t)))$ 与 $B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t)))$ 的外延合取^[4].

即当两个错误系统相互作用时, 利用模糊数学的合取运算使得模糊错误的错误值取两个系统中的最小值, 从而整个大系统的错误得到减少或消除.

定义 5 设 $A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t)))$, $B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t)))$, (判别错误的规则分别为 $G_A(t)$, $G_B(t)$, 论域为 U), 若

$$\begin{aligned} \emptyset A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t))) = \\ B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t))), \end{aligned}$$

其中

$$\begin{cases} y(t) = 0 \text{ 若 } x(t) = 1; \\ y(t) = 1 \text{ 若 } x(t) = 0 \text{ 或 } x(t) \in [0, 1]; \\ y(t) = 1 - x(t), \text{ 若 } x(t) \in [0, 1]. \end{cases}$$

则 $\emptyset$ 称为 $A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A), G_A(t)))$ 的非^[5].

在系统出现错误时, 如果能够从事物的另一面取考虑问题, 则能使错的变成对的, 因而错误值得到减少或消除.

定义 6 设 $\{A_i((U_i(t), S_{iu}(t), P_{iu}, T_{iu}(t), L_{iu}(t)), x_i(t) = f_i(u_i(t, P_{iu}), G_{ia}(t)))$, $i = 1, 2, \dots, m\}$, 为定义在 U 上, 对于判别规则 $G_A(t)$ 的模糊错误逻辑变量, 有 $T_z\{A_i((U_i(t), S_{iu}(t), P_{iu}, T_{iu}(t), L_{iu}(t)), x_i(t) = f_i(u_i(t, P_{iu}), G_{ia}(t)))$, $i = 1, 2, \dots, m\} = \{B_i((V_i(t), S_{iv}(t), P_{iv}, T_{iv}(t), L_{iv}(t)), y_i(t) = g_i(v_i(t, P_{iv}), G_{ib}(t)))$, $i = 1, 2, \dots, n\}$, 则称 T_z 是在 $U(t)$ 上, 对于规则 $G_A(t)$ 和 $\{A_i((U_i(t), S_{iu}(t), P_{iu}, T_{iu}(t), L_{iu}(t)), x_i(t) = f_i(u_i(t, P_{iu}), G_{ia}(t)))$, $i = 1, 2, \dots, m\}$ 的置换转化联结词, 记为 T_{ZCW} . 这里, 即是用 $\{B_i((V_i(t), S_{iv}(t), P_{iv}, T_{iv}(t), L_{iv}(t)), y_i(t) = g_i(v_i(t, P_{iv}), G_{ib}(t)))$, $i = 1, 2, \dots, n\}$ 去置换 $\{A_i((U_i(t), S_{iu}(t), P_{iu}, T_{iu}(t), L_{iu}(t)), x_i(t) = f_i(u_i(t, P_{iu}), G_{ia}(t)))$, $i = 1, 2, \dots, m\}$.

也就是说用希望的模糊错误值 $\{y_i(t), i = 1, 2, \dots, n\}$ 去换不希望的模糊错误值 $\{x_i(t), i = 1, 2, \dots, m\}$.

定理 1 设 $A((U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t)), x_A(t) = f(u(t, P_u), G_A(t)))$ 的论域是 U , 则是 $G_A(t)$, $T_{ZCW}(A((U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t)), x_A(t) = f(u(t, P_u), G_A(t))))$ 的论域是 U .

$L_u(t)$, $x_A(t) = f(u(t, P_u), G_A(t)) = A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t)))$ 的论域是 $V(t)$, 规则是 $G_A(t)$; $B(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_B(t) = f(u(t, P_u), G_B(t)))$ 的论域是 U 规则是 $G_B(t)$. $T_{ZCW}(B(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_B(t) = f(u(t, P_u), G_B(t)))) = B(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_B(t) = g(v(t, P_v), G_B(t)))$ 的论域是 $V(t)$, 规则是 $G_B(t)$. 若 $x_A(t) \leq x_B(t)$, 有 $y_A(t) \leq y_B(t)$, 或若 $x_A(t) \geq x_B(t)$, 有 $y_A(t) \geq y_B(t)$, 则

(1) $T_{ZCW}(A(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_A(t) = f(u(t, P_u), G_A(t))) \vee B(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_B(t) = f(u(t, P_u), G_B(t)))) = A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t))) \vee B(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_B(t) = g(v(t, P_v), G_B(t)))$.

(2) $T_{ZCW}(A(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_A(t) = f(u(t, P_u), G_A(t))) \wedge B(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_B(t) = f(u(t, P_u), G_B(t)))) = A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t))) \wedge B(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_B(t) = g(v(t, P_v), G_B(t)))$.

(3) $T_{ZCW}(\emptyset A(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_A(t) = f(u(t, P_u), G_A(t)))) = \emptyset A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t)))$.

即: 对于两个不同论域上的错误集来说, 若两个错误集同时经过置换变换后它们的错误关系没有改变, 则两者外延合取的置换变换等于两者置换后的外延合取; 两者外延析取的置换变换等于两者置换后的外延析取; 两者非变换后的置换变换等于置换变换后的非。

证明 (1) 由假设若 $x_A(t) \leq x_B(t)$, 有 $y_A(t) \leq y_B(t)$, 或若 $x_A(t) \geq x_B(t)$, 有 $y_A(t) \geq y_B(t)$, 所以若 $x_A(t) \geq x_B(t)$, 有 $y_A(t) \geq y_B(t)$, 即

第一种情况: 若 $x_A(t) \geq x_B(t)$, 那么左边

$T_{ZCW}(A(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_A(t) = f(u(t, P_u), G_A(t))) \vee B(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_B(t) = f(u(t, P_u), G_B(t)))) = A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t)))$;

右边

$A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t))) \vee B(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_B(t) = g(v(t, P_v), G_B(t)))$.

$L_v(t)$, $y_B(t) = g(v(t, P_v), G_B(t)) = A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t)))$;

左边 = 右边

第二种情况: 若 $x_A(t) \leq x_B(t)$, 有 $y_A(t) \leq y_B(t)$, 那么左边

$T_{ZCW}(A(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_A(t) = f(u(t, P_u), G_A(t))) \vee B(U(t), S_u(t), P_u, T_u(t), L_u(t), x_B(t) = f(u(t, P_u), G_B(t)))) = A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t))) \vee B(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_B(t) = g(v(t, P_v), G_B(t)))$;

右边 $A(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_A(t) = g(v(t, P_v), G_A(t))) \vee B(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_B(t) = g(v(t, P_v), G_B(t))) = B(V(t), S_v(t), P_v, T_v(t), L_v(t), y_B(t) = g(v(t, P_v), G_B(t)))$;

左边 = 右边. 证毕.

同理可证定理 1 的 (2), (3).

3 错误系统的模糊运算

对于一个大的系统而言, 可以通过分解 (空间分解, 事物分解等) 将它分解为便于讨论的小系统^[6]. 然后利用消错学的有关知识, 写出小系统的消错模型. 从而利用消错学中的模糊运算, 减少系统中的错误. 因为系统的模糊性可以通过数学得到精确的描述与解决^[7].

比如说, 对于一个企业而言, 它存在多个系统诸如: 生产系统、销售系统、服务系统、开发设计系统等. 对于生产系统而言, 它又可以分解为: 物料系统、运输系统、加工系统、检查系统等等.

例: 生产线要加工一批电子主板, 需要人手焊接的有两个电阻、一个电容和 3 条铁线. 对于这个加工的小系统而言, 对象集 U 为需要加工的主板及上述原料的集合. 规则 G 为规范操作所制定的各种操作流程及规章. 假设焊接两个电阻导致的模糊错误集为: $A(U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t), x(t) = f(u(t, P_A), G_A(t)))$, 根据经验, 焊接时可能出现错误的模糊隶属度为 $x(t) = 0.4$ 焊接一个电容导致的模糊错误集为: $B(U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t)))$, 错误值 $y(t) = 0.6$ 焊接 3 条铁线导致的模糊错误集为: $C(U, S_C(t), P_C, T_C(t), L_C(t), z(t) = f(v(t, P_C), G_C(t)))$, 错误值 $z(t) = 0.1$

由于这些电子主板任何一个地方出现问题都会

被视为废品. 因此, 该加工小系统出现错误的值为 W
 $= (A((U, S_A(t), P_A, T_A(t), L_A(t)), x(t) = f(u_A(t, P_A),$
 $G_A(t))) \vee (B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t)$
 $= f(v(t, P_B), G_B(t))) \vee (C((U, S_C(t), P_C, T_C(t),$
 $L_C(t)), z(t) = f(v(t, P_C), G_C(t))) = B((U, S_B(t),$
 $P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t))) =$
 $B((U, S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = 0.6)$. 也就是说, 该小系统出现错误的模糊隶属度为 $w(t) = y(t)$
 $= 0.6$

很明显, 导致系统错误的关键因素在于电容的加工. 因此, 品管人员就应该多花心思在电容的加工上, 查清楚究竟是电容焊接反了, 或是来料有问题, 或是其他什么原因. 若是来料有问题, 则可利用置换的概念, 用好的电容去置换坏的电容. $T_{ZW} \{B((U,$
 $S_B(t), P_B, T_B(t), L_B(t)), y(t) = f(v(t, P_B), G_B(t))\}$
 $= D\{((U, S_D(t), P_D, T_D(t), L_D(t)), m(t) = f(v(t, P_D),$
 $G_D(t))\}$ 其中 $m(t) < y(t)$, 甚至出现 $m(t) = 0$ 此时, 错误得到减少甚至消除.

因此, 利用模糊消错集, 针对关键因素, 作出相应的处理, 解决各个小系统中出现的错误及问题, 从而最终解决大系统中的问题是我们的目的所在.

4 结论

通过研究模糊错误系统有关运算, 从而对系统中的事物等进行置换变换, 是一种可行的定量研究方法. 反映到实际生活中的各方面, 能够了解错误产生的根源、多少及其对各个系统的影响. 利用模糊数学的相关方法可以减少甚至消除错误的出现.

参考文献:

[1] 郭开仲, 张式强. 消错学引论 [M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1995 154-165.
[2] 郭开仲. 消错逻辑 [J]. 广东工业大学学报, 1997, 14(4): 79-85.
[3] 汪成义. 模糊数学引论 [M]. 北京: 北京工业大学出版社, 1998 24-29.
[4] 郭开仲, 张式强. 模糊错误集 [J]. 模糊系统与数学, 1991 (2): 67-75.
[5] 郭开仲. 二元模糊错误集 [C]// AMSE 国际会议论文集. 武汉: 武汉大学出版社, 1993 1106-1111.
[6] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000 20-21.
[7] 肖位枢. 模糊数学基础及应用 [M]. 北京: 航空工业出版社, 1992 18-26

Operation and Application of Fuzzy Error Set

LIM in GUO Kai-zhong

(Institute of System Engineering Guangdong University of Technology, Guangzhou 510520, China)

Abstract Based on the theory of error-eliminating and method of fuzzy math, this paper makes some discussions to the operation and application of fuzzy error set and puts forward one theorem. It gives the concept of replacement and replaces the errors in different grades to decrease or eliminate the error.

Key words fuzzy error set, error-eliminating system, fuzzy operation, things' replacement